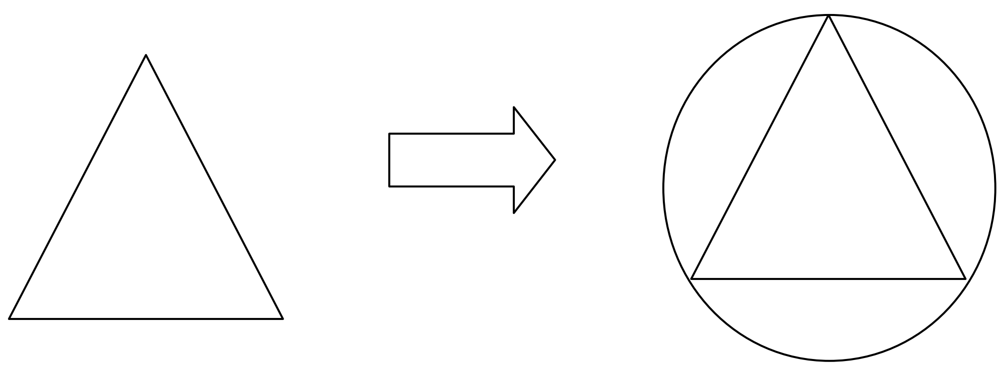
Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen I

1. In Toth (2006, S. 54 ff.) und (2007, S. 57-169) findet sich eine vollständige Theorie einer komplexen Semiotik, allerdings wurde die bei der Einführung der Radizierung übliche Kreisdarstellung nicht berücksichtigt. Bei der üblichen Darstellung der Peirceschen Zeichenrelation als Dreieck wird von der Verortung der triadischen Zeichenfunktion abgesehen. Es wird zwar oft angegeben, dass kein Zeichen allein auftrete, d.h. dass Zeichen immer in Zusammenhängen auftreten, aber der Ort eines Zeichens im semiotischen Raum bleibt dabei völlig unklar.

2. Im Anschluss an meine früheren Arbeiten wird hier vorschlagsweise die Transformation des ortsfreien Zeichenmodells zu einem verorteten Zeichenmodell vorgenommen:



Die Kreislinie vom Umfang $U = 2r\pi$ wird nun als Menge aller Punkte aufgefasst, welche die drei Primzeichen als Relata der Zeichenrelation ZR = (M, O, I) = (.1., .2., .3.) enthalten:

M, O, I = f(2rπ),

so zwar, dass auf den unendlich vielen Punkten der Kreislinie jeweils ein Tripel (x, y, z) definiert wird als surjektive Funktion

(x, y, z) = f(M, O, I),

wobei die x, y und z paarweise verschieden sein sollen. Damit wird also die Möglichkeit der Permutation von ZR gesichert, also

$\wp$(ZR) = {(M, O, I), (M, I, O), (O, M, I), (O, I, M), (I, M, O), (I, O, M)}.

Damit enthält also jede Kreislinie unendlich viele mögliche Zeichen, und es gibt daher zwischen n eingezeichneten Zeichen unendlich viele Semiosen.

3. Jeder Punkt $w_i \in 2r\pi$

kann daher folgendermassen dargestellt werden (Kemnitz 1998, S. 45):

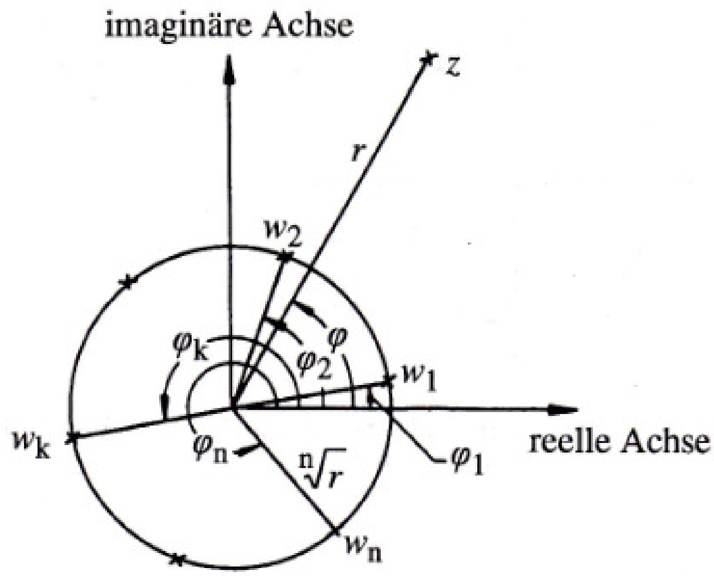


Abbildung 1.5 Die n-ten Wurzeln $w_1, w_2, \ldots, w_k, \ldots, w_n$ einer komplexen Zahl z

Dabei ist natürlich $w^n = z = 1$. Wegen Toth (2006, S. 73 ff.) kann man nun setzen

z = ZR = (M, O, I),

denn das Zeichen lässt sich ja, wie bereits gesagt, als komplexe Zahl auffassen, wobei der Realteil das bezeichnete Objekt und der Imaginärteil das intendierte Bewusstsein ist, d.h. das Zeichen ist eine Funktion von „Weltobjekt“ und Bewusstsein (vgl. Bense 1975, S. 16). Die folgenden Beispiele sind wiederum dem sehr empfohlenen Einstiegswerk von Kemnitz (1998, S. 45) entommen:

1. $n = 2: \quad z = w^2 = 1$

   $w_1 = 1(\cos 0° + i \sin 0°) = 1; \quad w_2 = 1(\cos 180° + i \sin 180°) = -1$

2. $n = 3: \quad z = w^3 = 1$

   $w_1 = 1(\cos 0° + i \sin 0°) = 1$

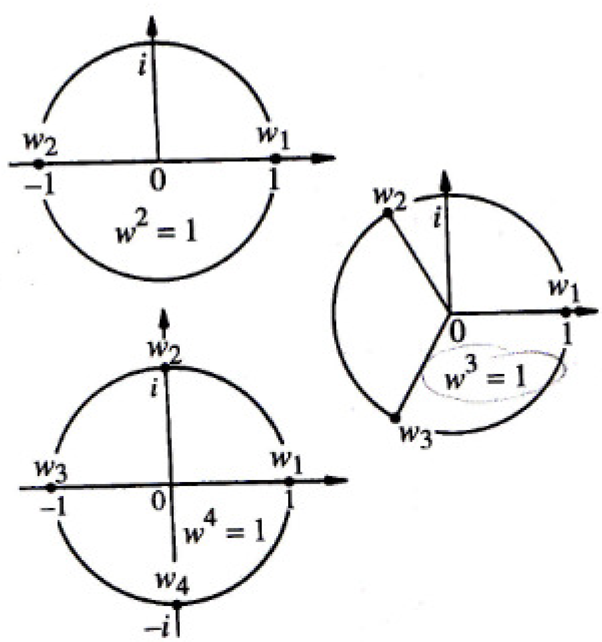
   $w_2 = 1(\cos 120° + i \sin 120°) = 1(-\cos 60° + i \sin 60°) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\, i$

   $w_3 = 1(\cos 240° + i \sin 240°) = 1(-\cos 60° - i \sin 60°) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}\, i$

3. $n = 4: \quad z = w^4 = 1$

   $w_1 = 1(\cos 0° + i \sin 0°) = 1$
   $w_2 = 1(\cos 90° + i \sin 90°) = i$
   $w_3 = 1(\cos 180° + i \sin 180°) = -1$
   $w_4 = 1(\cos 270° + i \sin 270°) = -i$

Darstellung der n-ten Einheitswurzeln für n = 2, n = 3 und n = 4 (Beispiele):



Ein grosser Vorteil bei der Einschreibung der Zeichenrelation in das Kreismodell besteht, über ihre Verortung hinaus, darin, dass man auf diese Weise endlich den Anschluss der mathematischen Semiotik an die Analysis findet, dass mit der Punktmenge der Kreislinie nun der Unendlichkeitsbegriff in die Semiotik hineinkommt. Zeichnet man nämlich das Zeichen, aufgefasst als komplexe Zahl, einfach in die Gaußsche Zahlenebene ein, dann ist es sinnlos, je zwei Relata (Subzeichen) einer Zeichenrelation als Intervall mit unendlich vielen Punkten aufzufassen, denn das Zeichen ist ja eine Funktion, die nur in den drei Punkten ihrer Relata definiert ist, d.h. man kann keinen Graphen zeichnen, den man z.B. differenzieren könnte. Diese Schwierigkeit kann man nun aber dadurch überwinden, dass man die unendliche Kreislinie als Menge aller Orten der Relationen eines Zeichens auffasst, d.h. auf jedem der unendlich vielen Punkte einer Kreislinie kann ein Knoten des Zeichengraphen zu stehen kommen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kemnitz, Arnfried, Mathematik zum Studienbeginn. Wiesbaden 1998

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

10.6.2011